LABORATORIO DE FÍSICA COMPUTACIONAL

DEPARTAMENTOS DE FÍSICA TEÓRICA I y II

ELECTRODINÁMICA CLÁSICA

Trayectoria de un electron en un campo electromagnetico

NOMBRE:
NOMBRE:
GRUPO:

1) Resolucion de ecuaciones diferenciales con Maple

Problemas de valores iniciales

Definamos un sistema de ecuaciones diferenciales simple (aceleracion=0) . Para ello nos hace falta una lista:

```
> Aceleracion:= diff(x(t),t,t),diff(y(t),t,t),diff(z(t),t,t);
```

Necesitaremos resolver un problema de valores iniciales. He aqui el valor inicial:

```
> valor_inicial:=
  x(0)=0,y(0)=0,z(0)=0,D(x)(0)=1,D(y)(0)=1,D(z)(0)=0;
```

Resolvamos el ststema de manera exacta:

```
> dsolve({Aceleracion,valor_inicial},{x(t),y(t),z(t)});
```

A continuacion obtengamos la solucion numerica en un intervalo y dibujemosla:

```
> solucion:=dsolve({Aceleracion,valor_inicial},numeric,{x(t),y(
  t),z(t)},range=0...2);
```

```
> with(plots):
  odeplot(solucion,[x(t),y(t),z(t)],0..2,axes=boxed);
```

```
> restart;
>
```

Particula cargada en campos electrico y magnetico constantes y perpendiculares

Resolvamos a continuacion la ecuacion de Lorentz no relativista para E,B perpendiculares (unidades SI).

```
> q:=1.6E-19;  m:=9.1E-31;  c:=3.0E8;
```

```
> E:=Vector[row]([1E7,0,0]);
```

```
> B:=Vector[row]([0,0.42,0]);
```

En vista de ello, la fuerza por unidad de masa sera:

```
> with(LinearAlgebra):
> Fuerza:=(r,v) -> (q/m)*(E+CrossProduct(v,B));
```

```
> pos:=Vector[row]([x(t),y(t),z(t)]);
```

```
> v:=Vector[row]([diff(x(t),t),diff(y(t),t),diff(z(t),t)]);
```

```
> Aceleracion:=Vector[row]([diff(x(t),t,t),diff(y(t),t,t),diff(
  z(t),t,t)]);
```

```
> total:=Aceleracion-Fuerza(pos,v);
```

```
>
```

La variable "total" contiene las ecuaciones de movimiento en un vector. Para pasarselas a odeplot, necesitamos una lista. Asi que extraemos las componentes del vector como sigue:

```
> Ecuaciones_movimiento:= total[1],total[2],total[3]:
>
> valor_inicial:=
  x(0)=0,y(0)=0,z(0)=0,D(x)(0)=0,D(y)(0)=1E7,D(z)(0)=1E7;
```

```
>
```

1.- PREGUNTA

Resuelva numericamente con maple la ecuacion de Newton para esta fuerza y dibuje su solucion desde cero hasta 4E-10 segundos. De tambien la solucion analitica con maple. Comente brevemente sus resultados.

1.- Respuesta

2) Particula relativista inmersa en una onda E.M. plana y un

campo B constante: Resolucion mediante FORTRAN.

2.a) Ecuacion de movimiento. Instrucciones para resolverla en FORTRAN

La ecuacion de movimiento para una carga puntual en un campo electromagnetico, ignorando la reaccion de radiacion, se puede escribir como

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{v}(x,t)=\left(\frac{q}{\gamma m\_0}\right)\left(\mathrm{E}(x,t)+\mathrm{ProdVector}(\mathrm{v}(x,t),\mathrm{B}(x,t))-\frac{\mathrm{v}(x,t)\,((\mathrm{v}(x,t)).(\mathrm{E}(x,t)))}{c^2}\right)$$

A continuacion debera Ud. compilar y ejecutar dos cortos programas en FORTRAN 77 que resuelven esta ecuacion para diversos campos E,B. Despues cargara aqui en Maple los ficheros con la solucion para su dibujo y analisis.
Para ello debera:
1) Abrir una ventana de comandos o terminal "shell".
2) Copiar los programas fortran (extension .for) al directorio actual. Puede leer su contenido en un editor de texto (pico, gedit, emacs, etc.). No los modifique hasta que se le avise mas adelante.
3) Compilar el programa mediante el comando f77 Integrator.for Field1.for
Esto produce un fichero ejecutable llamado a.out. Compruebe que se encuentra en el directorio actual mediante ls
4) Ejecutar el programa mediante el comando ./a.out
5) Compruebe mediante ls de nuevo que el programa ha producido dos ficheros con los resultados: trayectoria y enegy_distance.
6) Sucesivamente se le pedira que compile y ejecute otros programas. Simplemente sustituya los nombres que se le vaya
indicando en el paso 3) despues de f77. **Cada vez que lo haga sobreescribira los archivos con los resultados anteriores.**

2.b) Solamente onda plana

Habiendo conseguido Ud. compilar y ejecutar Integrator.for Field1.for
deberia existir ahora el archivo trayectoria que contiene cuatro columnas (t,vx(t),vy(t),vz(t)).
Carguemoslo:

```
> V:=readdata(trayectoria,4):
> with(plots):
```

Para dibujarlo utilizaremos listplot: observe que acepta como argumento una sucesion ("sequence" en ingles) de pares de coordenadas entre corchetes. Esta es la componente Vx de la velocidad

```
> listplot([seq([V[i,1],V[i,2]],i=1..600)]);
```

2.b) PREGUNTA Dibuje ahora la componente Vz de la velocidad. ¿En que unidades esta expresada?.

Despues vuelva a ejecutar el programa Integrator.for
pero ahora cambiando el campo a Field2.for (El unico cambio, como puede observar, es la amplitud de la onda electromagnetica que empuja al electron). Vuelva a dibujar la componente x de la velocidad y compare con el caso anterior.

2.b) Respuesta

2.c) Onda plana y campo magnetico constante

Para motivar este calculo, dibujemos ahora la energia de la particula (por unidad de masa en reposo (γ)) en funcion de la distancia recorrida a lo largo del eje Z.

```
> E:=readdata(energy_distance,2):
> listplot([seq([E[i,1],E[i,2]],i=1..600)]);
```

Como se puede observar, la particula gana y pierde energia alternativamente. La observacion de Davydovskii, Krasovitsky y Kurilko es que un campo magnetico constante a lo largo del eje Z hace que la particula gane energia.

2.c) PREGUNTA
Compile y ejecute ahora Integrator.for Field3.for : este ultimo suma un campo magnetico constante a Field2.for . Dibuje de nuevo la energia en funcion de la distancia.
A continuacion repita para Field4.for que cambia la polarizacion lineal de la onda electromagnetica por una polarizacion circular.

Mas dificil: ¿Que ocurre si la intensidad del campo magnetico es distinta de la que hemos fijado en los archivos Field3.for, Field4.for ?

2.c) Respuesta

3) Dipolo magnetico terrestre

A continuacion compile y ejecute Integrator2.for Field5.for , preparados para integrar el movimiento de una particula en el campo magnetico terrestre. Las condiciones iniciales corresponden a una particula que comienza su movimiento en un plano paralelo al ecuatorial, por encima del polo norte, con velocidad paralela al eje 0X. El programa Integrator2.for sigue a la particula durante un corto intervalo de tiempo.

Cargamos la posicion de la particula en funcion del tiempo

```
> X:=readdata(trayectoria2,4):
```

Dibujemos la trayectoria . Aqui va x(t)

```
> listplot([seq([X[i,1],X[i,2]],i=1..600)]);

>
```

Y ahora por ejemplo y(t)

```
> listplot([seq([X[i,1],X[i,3]],i=1..600)]);
```

```
>
```

3.a) PREGUNTA
Intentemos ahora seguir la particula durante largos intervalos de tiempo. Ejecute entonces Integrator3.for Field5.for (tardara un par de minutos) y dibuje y(t).
Las oscilaciones no son regulares porque solo salvamos en disco uno de cada 1000 puntos calculados para evitar ficheros enormes, (la frecuencia de muestreo de la posicion interfiere con la frecuencia fisica de revolucion alrededor del campo).

Despues dibuje la funzion z(t).
¿puede explicar brevemente este resultado? (Recuerde que la velocidad inicial es paralela al eje OX).

3.a) Respuesta

3.b) PREGUNTA
Al final del archivo Field5.for cambie las condiciones iniciales (convierta en comentarios las lineas que asignan x1,x2,x3,v1,v2,v3 mediante una "c" en la primera columna de cada linea, y a continuacion quite las "c" del otro conjunto de condiciones iniciales). Vuelva a compilar Integrator3.for con Field5.for y dibuje la trayectoria z(t).
Por ultimo cargue la energia en funcion de la distancia recorrida y dibujela. ¿Por que es ahora constante?

3.b) Respuesta

EXTRA: PREGUNTA (Intente responderla al final despues de haber completado el resto de la practica)
Vuelva al punto 2.a) e intente obtener la ecuacion de movimiento alli dada,
a partir de la ecuacion de movimiento de Lorentz ordinaria, y sustituyendo *m_0 v* por *m v*
(la cantidad de movimiento en Relatividad Especial).

EXTRA.- Respuesta

Debera responder en un papel aparte.