

Desplazamiento al rojo - métricas estáticas

El punto de partida es

$$\frac{\nu_A}{\nu_B} = e^{U(\vec{x}_B) - U(\vec{x}_A)}$$

Vamos a suponer que

A = emisor

B = receptor

Distinguimos

$$U(\vec{x}_A) < U(\vec{x}_B) \Rightarrow \nu_A > \nu_B$$

$$U(\vec{x}_A) > U(\vec{x}_B) \Rightarrow \nu_A < \nu_B$$

En el límite newtoniano, U depende de r y está dada por

$$U = -\frac{GM}{c^2 r}, \quad M = \text{masa que crea el campo}$$

En este caso se tiene

$$r_A > r_B \Leftrightarrow U(r_A) > U(r_B) \Rightarrow \nu_A < \nu_B \rightarrow \text{desplazamiento al azul}$$

$$r_A < r_B \Leftrightarrow U(r_A) < U(r_B) \Rightarrow \nu_A > \nu_B \rightarrow \text{desplazamiento al rojo}$$

Ejemplo 1. Experimento de Pound-Rebka.

$$r_B = R_{\oplus} = \text{radio Tierra}$$

$$r_A = r_B + h, \quad h = \text{altura laboratorio} \left. \vphantom{r_A = r_B + h} \right\} r_A > r_B \Rightarrow$$

\Rightarrow desplazamiento hacia el azul.

Como $\vec{g} = -c^2 \vec{\nabla} U$, el fotón "viaja a favor del campo".

Ejemplo 2 Fotón emitido por la superficie solar que llega a la Tierra. Ahora

$$\left. \begin{array}{l} r_B = \text{radio órbita terrestre} \\ r_A = R_{\odot} = \text{radio Sol} \end{array} \right\} r_A \ll r_B \Rightarrow$$

\Rightarrow desplazamiento al rojo

El fotón viaja en contra del campo.

Números

$$\frac{\nu_A}{\nu_B} = e^{U(r_B) - U(r_A)} = 1 + U(r_B) - U(r_A) + \dots$$

$$\frac{\nu_A}{\nu_B} - 1 = \frac{GM}{c^2} \left(-\frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A} \right) + \dots = \frac{GM(r_B - r_A)}{c^2 r_A r_B} + \dots$$

Se tiene entonces

- Pound-Relka: $\frac{\nu_A}{\nu_B} - 1 \approx -\frac{GM_{\oplus} h}{c^2 R_{\oplus}^2}$

El experimento se hizo para $h=22.5$. Para esta h , se tiene

$$\left| \frac{\nu_A}{\nu_B} - 1 \right| = \left| \frac{\nu_A - \nu_B}{\nu_B} \right| = 2.46 \times 10^{-15}$$

El experimento reprodujo este valor con un error del 1%.

- Fotón emitido por el Sol: $\frac{\nu_A}{\nu_B} - 1 = \frac{GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}} \approx 2.13 \times 10^{-6}$

Es mucho mayor que para Pound-Relka, pero más difícil de medir con precisión debido al fuerte efecto Doppler que experimentan los fotones al atravesar la atmósfera solar.